

minare le  $x, y$  in funzione di  $u$ . Eliminando la  $u$  si avranno le due equazioni ordinarie delle sviluppoidi, e di nuovo eliminando fra queste due ultime equazioni la costante introdotta dall'integrazione, si avrà l'equazione della superficie luogo geometrico delle sviluppoidi medesime.

Per mostrare con un esempio il modo di applicare questo processo, tratteremo il caso generale delle curve piane e dimostreremo il seguente teorema già enunciato precedentemente :

TEOREMA. — *La ricerca delle sviluppoidi a doppia curvatura di una curva piana qualsivoglia dipende da una sola quadratura.*

Supponiamo che la curva piana data sia nel piano  $xy$ , laonde si avrà per essa  $r = 0$ . Assumiamo per equazioni della retta  $i$  le seguenti:

$$(i) \quad \begin{aligned} x &= f + a \cos \theta, & y &= q - l \sin \theta, \\ \text{per cui} \quad \frac{dx}{d\theta} &= -a \sin \theta, & \frac{dy}{d\theta} &= -l \cos \theta. \end{aligned}$$

La (II) diverrà, in questo caso,

$$(2) \quad \frac{a^2 \sin^2 \theta + l^2 \cos^2 \theta}{s^2 t^2 + l^2 + r^2} = \cos \theta.$$

Inoltre, derivando le (i) rispetto alla sola  $u$  contenuta nelle  $p, q, a$ , (3 ed eliminando  $f$  si ha

$$O, \text{ ossia } q' - p'P =$$

giacché nulla impedisce di prendere a o qualsivoglia altra quantità per variabile indipendente e di supporre funzione anche la  $u$ . Quest'ultima equazione è quella che nel caso attuale tien luogo della (III).

Se si sostituisce in essa il valore di  $u$  formato con  $a$  e  $p$ , cavato dalla (2), si

otterrebbe un'equazione fra le sole  $a, l, r$  che darebbe (i in funzione di  $a$ . Ma

$$a \&$$

senza fare tale sostituzione, che condurrebbe ad un risultato assai complicato, è più opportuno ricorrere alle seguenti considerazioni.

Se la  $u$  fosse costante, sarebbero costanti anche le quantità  $f'(\theta), \theta'(\theta)$  che sono funzioni di essa soltanto, epperò integrando la (3) si avrebbe

$$\& q' - p' = \text{cost}; \text{ ma siccome } u \text{ è}$$

variabile, e propriamente è quella funzione delle  $oc$ , (3 che  
soddisfa